

## ALGORITMOS DE TOMOGRAFIA POR MICROONDAS PARA OBJETOS DE ALTO CONTRASTE

A.Broquetas \*,X.Massons \*,A.Lémer \*\*,M.Ferrando \*,L.Jofre \*

### *Abstract:*

Conventional first order algorithms used in microwave tomography often fail to reconstruct biological bodies due to their high contrast in permittivity. The paper presents several methods to improve the applicability of the algorithms and new reconstruction procedures suitable to high diffracting bodies, using optimization, frequency diversity, analytical continuation and matched plane wave synthesis techniques. The validity of the proposed algorithms is investigated by numerical simulations and experimentally.

### *Introducción:*

En un sistema de tomografía por microondas se miden los campos dispersados por un objeto cuando se ilumina con un campo incidente, normalmente el procedimiento se repite para un número conveniente de incidencias o vistas, hasta obtener suficiente información del objeto explorado. En artículos anteriores se ha presentado un sistema para tomografía de microondas con geometría de medida cilíndrica [1], y un algoritmo de primer orden adaptado a dicha geometría. El algoritmo está basado en la aproximación de Born [3], consistente en considerar el campo total en el interior del objeto, similar al incidente. Los cuerpos biológicos fácilmente quedan fuera del margen de aplicación de esta hipótesis debido a su inhomogeneidad. Las simulaciones y resultados experimentales muestran que el algoritmo proporciona reconstrucciones aceptables para cuerpos biológicos de sección pequeña o moderada como la mano o brazo [4], sin embargo no es válida para tamaños mayores.

A pesar del importante esfuerzo a nivel mundial para conseguir algoritmos más robustos, las aproximaciones de primer orden representan todavía el estado actual en este tema [6,7]. La formación de imágenes de cuerpos biológicos de tamaño importante como la cabeza humana, requiere una mejora sustancial en los algoritmos de reconstrucción. En el presente artículo se describen y evalúan algunas técnicas nuevas, ideadas para superar las limitaciones de los algoritmos de primer orden.

### *A)Reconstrucción Diferencial*

La posibilidad de obtener imágenes diferenciales procesando con algoritmos de primer orden, el cambio en campo dispersado producido por alteraciones en el cuerpo dieléctrico, ha sido investigada recientemente para objetos con simetría de revolución [2]. Para evaluar la aplicabilidad de esta técnica a cuerpos reales, se han realizado simulaciones numéricas y medidas experimentales utilizando un modelo bidimensional de cabeza humana [5]. En la Fig.1 puede verse la reconstrucción absoluta simulada del modelo de cabeza, la imagen muestra correctamente la extensión del objeto, sin embargo la

---

\* Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones E.T.S.I de  
Telecomunicación Universidad Politécnica de Cataluña

\*\* E.N.S Telecom Brest (Francia)

reconstrucción interna no es correcta debido a la fuerte perturbación que el cuerpo produce sobre el campo incidente.

Algunos resultados experimentales de esta técnica pueden verse en [4], mostrando también la capacidad del método para reconstruir cambios locales de extensión importante. La técnica diferencial puede utilizarse para visualizar la estructura interna del objeto. Para ello se calculan los campos dispersados para un cuerpo de referencia y la imagen obtenida muestra las variaciones respecto a éste. La Fig.2 es la reconstrucción diferencial utilizando la información de contorno, permitividad del hueso y un valor medio para la constante dieléctrica del cerebro.

#### B) Corrección de Campo Total

En un algoritmo basado en la aproximación de Born se puede hallar el perfil del objeto, a partir de las medidas de campo dispersado, aproximando el campo total por el incidente en el interior del objeto. De esta forma se obtiene la información del dominio espectral del objeto sobre un arco de radio  $K_0$ , siendo éste el número de onda en el medio externo [2].

Una primera idea para realizar un algoritmo de alto contraste, consistió en corregir la imagen que proporciona cada vista con un factor campo incidente sobre campo total. Para evaluar este método se calculó el error cuadrático medio, ECM, de la reconstrucción de cilindros de test utilizando el campo total exacto calculado en su interior.

$$ECM = \frac{\iint |O(\vec{r}) - O'(\vec{r})|^2 d\vec{r}}{\iint |O(\vec{r})|^2 d\vec{r}}$$

donde se define el perfil,  $O(r)$ , como  $O(r) = 1 - \epsilon(r)/\epsilon_0$ . El error disminuye en comparación con el algoritmo de primer orden como puede apreciarse en la Fig 3. Sin embargo, no se consigue corregir totalmente el efecto del campo total, debido al carácter paso banda de la reconstrucción de cada vista que limita la corrección a versión espectralmente incompleta del objeto real.

#### C) Prolongación Analítica

Para cada vista o campo incidente puede obtenerse sin aproximaciones el espectro de corrientes equivalentes en el objeto sobre un círculo concéntrico de radio  $K_0$ . Esta información es virtualmente exacta salvo errores de medida y además es la máxima que puede extraerse a partir de una vista. Conocidas las corrientes en el objeto, éste puede obtenerse fácilmente calculando el campo total. Por este motivo se intentó completar el espectro de corrientes medido, con técnicas iterativas de continuación analítica, utilizando el contorno del objeto para estabilizar el proceso. En cada iteración se invierte el espectro de corrientes obteniendo su dominio espacial que en general no está acotado al contorno del objeto. Tras truncar las corrientes al contorno conocido se obtiene un nuevo espectro diferente al de partida. El siguiente paso consiste en modificar el espectro en los puntos obtenidos de la medida. De esta forma, teóricamente, puede extenderse el espectro inicial. Sin embargo mediante simulación se puso de manifiesto que la información espectral de partida y el conocimiento del contorno, no son suficientes para reconstruir las corrientes reales.

#### D) Reconstrucción con diversidad de frecuencia

Un enfoque diferente se deriva de la descomposición del espectro de corrientes en un término de primer orden y un término de orden superior o alto contraste. Estas dos componentes tienen comportamientos diferentes con respecto a la frecuencia de trabajo, lo que en principio permite aislar el

término de primer orden a partir de medidas a varias frecuencias próximas entre sí y obtener de éste una imagen libre de errores. Mediante simulación se ha comprobado que en objetos muy difractantes, el término de alto contraste es prácticamente opuesto al término de primer orden. La diferencia es el espectro medido, de amplitud mucho menor, y por tanto, el problema está mal condicionado en presencia de errores. La fig. 4 muestra un corte radial de la reconstrucción de permitividad aplicando Born, el valor real y la obtenida con este método. Obsérvese que el algoritmo de primer orden no reconstruye el objeto; la reconstrucción con diversidad de frecuencia muestra la forma correcta con un valor algo inferior al real.

#### E) Algoritmo de optimización

Si se dispone de un programa rápido de cálculo directo del campo dispersado, se puede comparar el campo calculado con el campo medido. Luego, con una técnica de optimización, se modifican los parámetros de entrada del objeto de forma que el error cuadrático del campo sea menor. El proceso se repite hasta que el error cometido sea inferior a una cierta cantidad fijada a priori. Se ha desarrollado un programa que calcula el campo dispersado para cilindros de 1 o 2 capas, mediante un desarrollo modal en funciones de Bessel. Los cilindros se parametrizan con el radio, la permitividad y con la tangente de pérdidas.

Para modificar los parámetros se ha utilizado un método de búsqueda directa que requiere múltiples evaluaciones del campo, desechándose los métodos de gradiente por no disponer de la expresión de la derivada de la función. En concreto se utiliza el método simplex [8] por su robustez frente a la pérdida en mínimos locales. El inconveniente es su lenta convergencia, de ahí la necesidad de un programa de cálculo directo rápido.

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante simulación añadiendo ruido gaussiano al campo medido. Obsérvese la reducida sensibilidad al error en la medida.

S/N	R1(cm)	eps1	tgd1	R2(cm)	eps2	tgd2
teorico	3.0000	32.00	0.200	5.000	62.58	0.050
infinito	2.9996	31.97	0.208	5.002	62.58	0.049
30	3.0038	32.06	0.194	5.005	62.62	0.051
20	2.9936	32.21	0.202	5.003	62.62	0.051
15	2.9591	32.65	0.236	5.015	62.45	0.048
10	2.9955	33.58	0.211	5.012	62.08	0.040
5	2.8942	35.32	0.150	4.900	59.33	0.058

La conclusión es que para objetos que se puedan caracterizar por un número no excesivo de parámetros, éstos pueden reconstruirse aún en presencia de ruido elevado. Sin embargo el tiempo de cálculo es elevado (30' CPU en HP840).

#### F) Síntesis adaptada

El algoritmo de primer orden utilizando el sistema cilíndrico que convencionalmente se ha venido usando [2] está basado en la síntesis de ondas planas en el medio de medida (agua). Para ello se calcula la distribución de corrientes sobre la agrupación circular de antenas, necesaria para formar una onda plana como combinación de modos cilíndricos, como muestra la fig. 5

En la reconstrucción de un cuerpo cilíndrico se supone que éste no perturba el campo incidente (aprox. Born). Para objetos biológicos, esta hipótesis no se cumple debido en gran parte a la diferencia de permitividad entre el medio externo (agua,  $\epsilon = 77$ ) y el valor medio de los cuerpos biológicos (alrededor de 50). Ante la dificultad de cambiar el medio de reconstrucción, se planteó modificar la distribución de corrientes sobre la agrupación, para sintetizar ondas planas en el interior del objeto. Para ello hay que estimar la permitividad del nuevo medio de reconstrucción en el que se genera la onda y el radio del objeto. El procedimiento es equivalente a substituir el medio de medida por un dieléctrico de permitividad arbitraria, con lo que la aprox. de Born pasa a depender de la inhomogeneidad del objeto en sí y no del contraste entre el objeto y agua.

Hsta el momento se ha realizado un algoritmo basado en esta idea para objetos aproximadamente cilíndricos y centrados en la zona de medida. La serie de Fourier de las corrientes para un cilindro de radio  $a$  y  $n^\circ$  de onda  $K_1$  es

$$\tilde{I}_n' = \frac{-2 A_n}{\pi \omega \mu_0 R_0 H_n^{(2)}(k_0 R_0)}$$

$$\text{donde } A_n = j^{-n} \frac{J_n(k_1 a) H_n^{(2)}(k_0 a) - k_1/k_0 J_n'(k_1 a) H_n^{(2)}(k_0 a)}{J_n(k_0 a) H_n^{(2)}(k_0 a) - J_n'(k_0 a) H_n^{(2)}(k_0 a)}$$

En la Fig. 6 se observa la nueva onda sintetizada para un cilindro de radio=3cm y  $\epsilon = 35$  y  $\text{tgd}=0.2$

En la Fig. 3 puede comprobarse la disminución sustancial del ECM respecto al algoritmo de primer orden con errores en la estimación del radio y perfil de un 10% y un 65% respectivamente. La Fig. 7 muestra la variación del ECM para un cilindro de  $\epsilon = 62.58$  ( $n=1.1$ ) y radio 3cm, en función de la estimación de su permitividad y del radio. Puede verse que la tolerancia en la estimación es del orden del 10% para los dos parámetros.

Finalmente se ha aplicado el algoritmo a una medida experimental. Se trata de una maqueta de brazo de alto contraste en el que se han simulado dos huesos con barras de PVC, invisibles con el algoritmo de primer orden. Como se aprecia en la Fig. 8 el algoritmo de síntesis adaptada reconstruye correctamente la estructura interna.

### Conclusiones

Se han ideado nuevas técnicas y algoritmos destinados a la inversión de objetos muy difractantes, utilizando enfoques muy diferentes. Una característica común a todos los métodos presentados con respecto a los algoritmos de primer orden es la utilización de más información, por ejemplo medidas multifrecuencia o un cierto grado de información a priori sobre el objeto a reconstruir. Esto parece necesario para estabilizar la reconstrucción con independencia de la filosofía del algoritmo. Los resultados obtenidos muestran que la reconstrucción de objetos de alto contraste es factible, teniendo en cuenta los condicionantes impuestos por los diferentes algoritmos. En particular las técnicas de optimización, síntesis adaptada y diversidad de frecuencia parecen prometedoras de cara a su utilización en tomografía biomédica.

### Reconocimientos

Este trabajo ha sido financiado por las entidades CAICYT (N° 1165-84), FISS (N° 84/2112), y el programa de cooperación Hispano-Francés (N° 17/135).

### Referencias

- [1] E. de los Reyes, A. Broquetas, A. Elías, J. Ibáñez, O. Ripollés, "Sistema cilíndrico de tomografía por microondas, arquitectura de radiofrecuencia. Mejoras y resultados", VI Reunión de la comisión B de la URSI, pp.427-432, Valencia 1987.
- [2] J.M. Rius, M. Ferrando, L. Jofre, E. de los Reyes, A. Elías, A. Broquetas, "Microwave tomography: an algorithm for cylindrical geometries" Elec. Letters, Vol.23, No.11, pp.564-565, May 1987.
- [3] M. Slaney, A.C. Kak, L.E. Larsen, "Limitations of imaging with first-order diffraction tomography" IEEE Trans. on Micr. Theory and Tech., Vol. MTT-32, No. 8, August 1984.
- [4] M.S. Hawley, A. Broquetas, L. Jofre, E. de los Reyes, H. Almirall, "Microwave Tomography - Clinical Application", presentado en esta misma reunión.
- [5] A. Broquetas, G. Gastón, M. Hawley, A. Elías, A. Cardama, "Obtención y medida de dieléctricos para la construcción de maquetas biológicas en microondas", presentado en esta misma reunión.
- [6] A.J. Devaney, "Reconstructive tomography with diffracting wavefields" Inverse Problems 2, pp. 161-183, 1986.
- [7] T.H. Chu, N.H. Farhat, "Frequency swept microwave imaging of Dielectric Objects", IEEE Trans. on Micr. Theory and Tech. Vol.36, No.3, pp.489,495, March 1988.
- [8] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling "The art of scientific Computing", Cambridge University Press 1986.

### Figuras

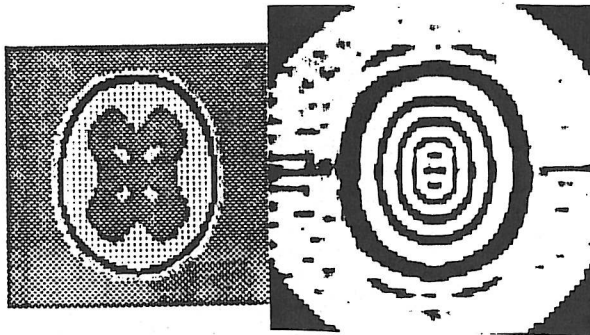


Fig. 1. Modelo de cerebro y su reconstrucción con el algoritmo de primer orden

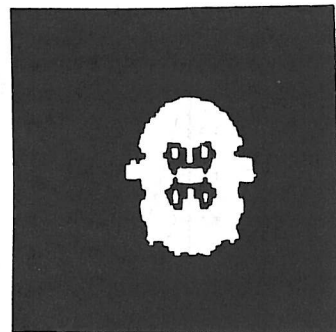


Fig. 2. Imagen diferencial del cerebro

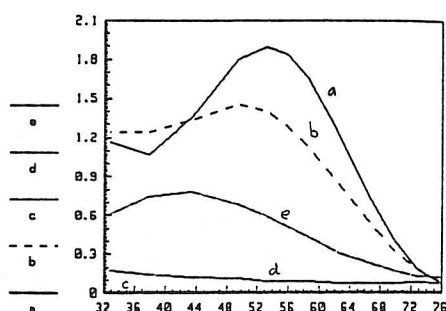


Fig. 3. Comparación métodos de reconstrucción utilizando el ECM al variar el rango de  $\epsilon$ ,  $tgd=0.11$   
a) Alg. convencional 1er orden  
b) Alg. corrección campo total  
— Alg. síntesis adaptada, con error en estimación  
c) 5% radio, 5% perfil  
d) 10% radio, 35% perfil  
e) 10% radio, 65% perfil

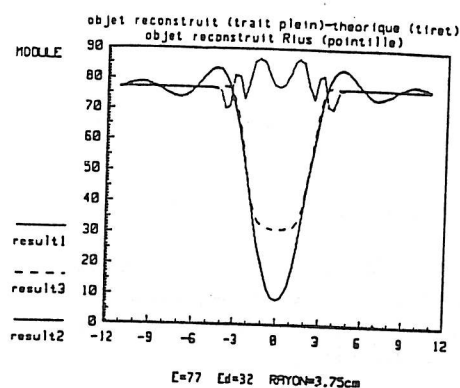


Fig. 4. Reconstrucción de un cilindro de 3.75 cm y  $\epsilon=32$  para result1) Alg. 1er. orden  
result2) Diversidad de frecuencia.  
result3) Valor real

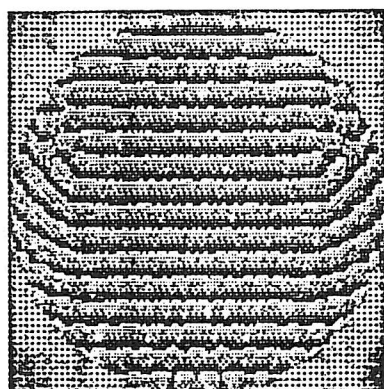


Fig. 5. Onda plana como combinación de modos cilíndricos en el medio externo

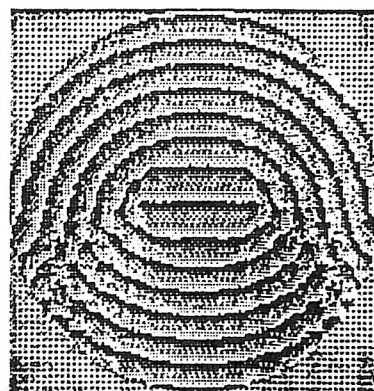


Fig. 6. Onda plana sintetizada en el interior del objeto

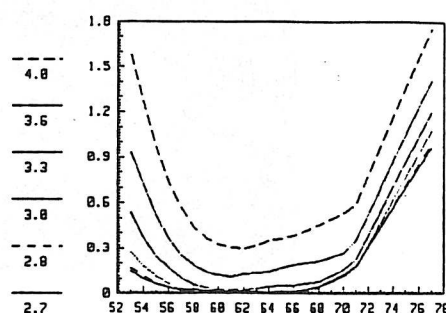


Fig. 7. ECM con alg. síntesis adaptada al variar{y radio estimado. Se intenta reconstruir de  $R=3$  cm y  $\epsilon=62.58$

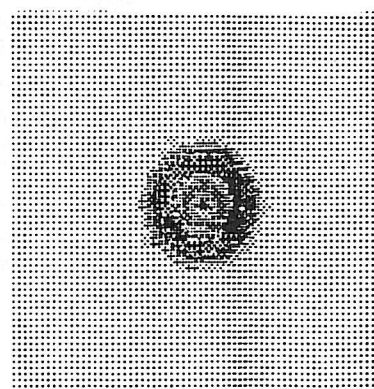


Fig. 8. Reconstrucción de un brazo muy difractante con el alg. de síntesis adaptada